RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 17 marzo 1918.

Presidenza del Socio anziano E. Monaci

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisiologia. — *Ricerche sulla « Ghiandola salivare posteriore » dei Cefalopodi* [1]. Nota I del Corrispondente Filippo Bottazzi.

La « Ghiandola salivare posteriore » dei Cefalopodi, particolarmente degli Ottopodi, è stata oggetto di ricerche sperimentali fatte da varii autori, fra i quali meritano di essere segnalati principalmente Krause [2], Hyde [3], Bottazzi ed Enriques [4], Livon e Briot [5], Henze [6] e Bottazzi [7]. Queste

(1) Ricerche eseguite nel Laboratorio di Fisiologia della Stazione Zoologica di Napoli.

(2) R. Krause, [1] *Die Speicheldrüsen der Cephalopoden*. Centr. f. Physiol., vol. IX, pag. 273 (1895); Idem, [2] *Ueber den Bau und Function der hinteren Speicheldrüsen der Octopoden*. Sitzungsber. d. k. Akad. zu Berlin, 1897, pag. 1085.

(3) J. H. Hyde, *Beobachtungen über die Secretion der sogenannten Speicheldrüsen von Octopus macropus*. Zeit. f. Biol., vol. XXV, pag. 459 (1897).

(4) Fil. Bottazzi e P. Enriques, *Sulle proprietà osmotiche delle glandole salivari posteriori dell'Octopus macropus nel riposo e in seguito all'attività secretiva*. Volume giubil. dedic. a L. Luciani. Milano, 1900.

(5) Ch. Livon et A. Briot, *Sur le suc salivaire des Céphalopodes*. Journ. de Physiol. et de Path. génér., vol. VIII, pag. 1 (1906). (Qui sono citate le precedenti pubblicazioni di questi autori).

(6) M. Heuze, [1] *Chemisch-physiologische Studien an den Speicheldrüsen der Cephalopoden: Das Gift und die stickstoffhaltigen Substanzen des Sekretes*. Zentr. f. physiol., vol. XIX, pag. 986 (1906); Idem, [2] *Ueber das Vorkommen des Betains bei Cephalopoden*. Zeit. f. physiol. Chem., vol. LXX, pag. 253 (1910-11); Idem, [3] *p-Oxyphenyläthylamin, das Speicheldrüsengift der Cephalopoden*. Zeit. f. Physiol. Chem., vol. LXXXIII, pag. 51 (1913).

(7) Fil. Bottazzi, *Ricerche sulla Ghiandola salivare posteriore dei Cefalopodi*. Pubblicaz. della Staz. Zool. di Napoli, vol. I. pp. 59-146 (con 33 figure nel testo) (1916).

ricerche sono state rivolte allo studio, sia della composizione chimica della ghiandola e del secreto, come anche dell'azione fisiologica degli estratti ghiandolari e del secreto (1). Circa la morfologia e la struttura della ghiandola, notizie soddisfacenti si trovano nei lavori di Rawitz (2) e di Krause (3), non che in quelli di Pfefferkorn (4), Wülker (5), Hillig (6) e Richter (7). Altri lavori di minore importanza trovansi citati nella mia precedente Memoria o saranno rammentati via via in queste Note.

L'organo risulta di due corpi ghiandolari distinti, aventi la forma di mandorla o di cuore, dal cui ilo, situato più vicino alla loro estremità prossimale, partono i condotti escretori, che dopo un breve percorso di lunghezza ineguale si fondono in un condotto unico piuttosto lungo, il quale finalmente va ad aprirsi nella cavità boccale.

I corpi ghiandolari ricevono sangue per due piccole arterie staccantisi dall'aorta dorsale o dai due rami principali di questa; e sono inclusi in un seno venoso comune, nel quale giunge sangue che proviene dall'apparato digerente, e che, assorbito dalla ghiandola come da un spugna (ved. appresso), serve alla funzione secretiva di essa. Si comprende, quindi, come questa ghiandola separata dal corpo e immersa in sangue dello stesso animale si trova, più di qualsiasi altra, in condizioni molto simili alle normali, e tali da permetterle una lunga sopravvivenza.

La ghiandola è del tipo tubolare. I tuboli presentano una parete costituita essenzialmente di uno strato interno di cellule cilindriche secernenti, e di uno strato circolare esterno di elementi contrattili che ricordano piuttosto le cellule muscolari liscie che le fibre muscolari striate. La parete dei condotti escretori, invece, oltre ad elementi connettivali ed epiteliali, contiene tre strati di elementi muscolari striati: due longitudinali, interno ed esterno, e uno medio circolare.

I nervi ghiandolari decorrono nella parete dei condotti escretori, e non sono isolabili. Essi contengono almeno due specie di fibre: motrici e secretrici.

(1) Vedi a questo riguardo anche: S. Lo Bianco, *Notizie biologiche riguardanti specialmente il periodo di maturità sessuale degli animali del golfo di Napoli*. Mitt. Zool. Stat. zu Neapel, vol. XIII, pag. 530 (1899).

(2) B. Rawitz, *Ueber den feineren Bau der hinteren Speicheldrüsen der Cephalopoden*. Arch. f. mikr. Anat., vol. XXXIV, pag. 596 (1892).

(3) Loc. cit. (2).

(4) A. Pfefferkorn, *Das Nervensystem der Octopoden*. Zeit. f. wiss. Zool., vol. CXIV, pag. 425 (1915).

(5) G. Wülker, *Ueber japanische Cephalopoden*. Abhandl. d. Akad. zu München (II. Klasse), Suppl.-Bd. 3, 1. Abhaudl. (1910).

(6) R. Hillig, *Das Nervensystem von Sepia officinalis* L. Zeit. f. wiss. Zool., vol. CI, pag. 736 (1912).

(7) K. Richter, *Das Nervensystem der Oegopsiden*. Zeit., f. wiss. Zool., vol. CVI, pag. 289 (1913).

Per stimolare questi nervi bisogna stimolare il condotto escretore comune o i due rami in cui questo si biforca. L'effetto della stimolazione è molteplice: contrazione rapida dei condotti escretori, facilmente registrabile; contrazione rapida dei corpi ghiandolari, anch'essa registrabile, dovuta al fatto che anche le ramificazioni intraghiandolari dei condotti contengono muscolatura striata; contrazione lenta impercettibile dei tuboli ghiandolari, dovuta alla tonaca muscolare (liscia) di essi; finalmente, emissione di secreto, per esempio, per una cannulina di platino infissa nel condotto escretore, emissione che può anche essere registrata graficamente (¹), al fine di studiare il tempo di latenza, la soglia della eccitabilità ghiandolare, la velocità con cui il secreto è espulso ecc.

I condotti escretori, siano essi ancora uniti ai corpi ghiandolari o separati da questi, presentano vivaci movimenti automatici, la cui frequenza varia da quattro a sette contrazioni al minuto, alla temperatura media di 20° C. Essi si iniziano all'ilo del corpo ghiandolare, e quindi si comprende come quelli dei due rami possano presentare un ritmo diverso. I corpi ghiandolari non presentano movimenti visibili. Se l'automatismo sia neurogeno o miogeno è impossibile dire prima di fare ricerche istologiche per vedere se la parete dei condotti escretori contiene, o no, cellule nervose gangliari.

L'atropina e la p-idrossifeniletilamina aumentano la frequenza delle contrazioni automatiche del condotto, diminuendone l'altezza. La veratrina e la pelletierina vi provocano forte contrattura. Il secreto ghiandolare (qualche goccia), versato sulla superficie esterna del condotto, vi provoca contrattura e aumento della frequenza delle contrazioni ritmiche.

Le stimolazioni elettriche (stimoli unici o tetanizzanti di corrente indotta, corrente continua) sono molto efficaci. La soglia della eccitabilità muscolare del condotto escretore è più bassa di quella della muscolatura dei condotti intraghiandolari, e ancora più bassa della eccitabilità secretiva della ghiandola.

Il peso medio della ghiandola è di gr. 5,77. Esso varia da un minimo di gr. 4,30 a un massimo di gr. 7,68. Ma alcune ghiandole pesano fino a gr. 12 e gr. 15. Ho trovato che le ghiandole di peso maggiore sono sempre quelle degli *Octopus macropus* maschi, indipendentemente dalla stagione in cui gli animali sono pescati, dal periodo di loro maturità sessuale ecc. Si intende, che io mi riferisco esclusivamente a *Octopus* pescati nel golfo di Napoli. L'*Octopus vulgaris* ha sempre ghiandole di peso assai minore, e lo stesso può dirsi di quelle della *Eledone moschata*. Ma in questi ultimi Cefalopodi non ho fatto osservazioni circa una eventuale differenza di peso

(¹) Per quanto riguarda l'apparecchio da me usato per registrare i movimenti spontanei e provocati del condotto escretore, i movimenti provocati dei corpi ghiandolari, la velocità di emissione del secreto ecc., ved. il mio lavoro precedente (⁸).

delle loro ghiandole, secondo che appartengono a individui di sesso maschile o femminile.

Le ghiandole rappresentano, nei maschi, circa l'1,41 % del peso del corpo degli animali; nelle femmine, circa il 0,58 %.

Il residuo secco delle ghiandole (stimolate) è, in media, di gr. 25,33 %, e varia da gr. 22,71 % a gr. 27,87 %. Secondo Hyde [1], esso oscilla fra gr. 23 e gr. 25 %.

Il residuo secco del secreto fu trovato da me, una volta di gr. 17,75 %, e un'altra volta di gr. 20,90 %: in media, quindi, di gr. 19,32 %. Secondo Hyde [2], il residuo secco del secreto ottenuto da ghiandole immerse in sangue sarebbe maggiore (22 %) di quello del secreto di ghiandole immerse in acqua di mare (18 %). Secondo Krause [3], il contenuto in sostanze organiche del secreto varia da gr. 8,4 a gr. 19,8 %, e il contenuto in ceneri da gr. 2,4 a gr. 3,4 %. Il contenuto in ceneri sarebbe, dunque, notevolmente minore di quello dell'acqua di mare delle vasche dell'Acquario (circa gr. 4 %).

Il secreto prodotto dalle ghiandole stimolate elettricamente rappresenta, in media, il 22,15 % del peso delle ghiandole stimolate. Il valore minimo trovato è stato il 12 %, il valore massimo, Il 30 %. Il Krause [4] trovò, che le ghiandole possono dare una quantità di secreto variabile dal 20 al 30 % del proprio peso. Mi sono persuaso che tali differenze dipendono, non solo dalla diversa eccitabilità e capacità funzionale delle ghiandole, ma, qualche volta, anche dal fatto che, verso la fine dell'esperimento, il secreto, divenuto eccessivamente denso e filante, ostruisce la cannula infissa nel condotto escretore. Infatti, da che uso cannule di platino aventi un lume maggiore, e ho cura di introdurre in questo di tanto in tanto uno stiletto, la quantità di secreto che ottengo è maggiore.

Il residuo secco del sangue arterioso di *Octopus macropus* è stato da me trovato, in media, di gr. 10,57 %, con variazioni da gr. 7,56 % e gr. 13,35 %. Tali variazioni dipendono principalmente dal fatto, che raccogliendo il sangue da animali ampiamente dissecati, è impossibile evitare che ad esso si mescoli una quantità variabile di acqua di mare, la quale penetra nel sistema vasale per le estremità periferiche aperte di alcuni vasi sanguigni più sottili. Krause [5] ha osservato che il sangue, in cui sia stata

(1) Loc. cit. (4).
(2) Loc. cit. (4).
(3) Loc. cit. (3 [2]).
(4) Loc. cit. (3 [2]).
(5) Loc. cit. (3 [2]).

immersa una ghiandola attiva, apparisce più concentrato, aumentando il suo residuo secco da gr. 14 % a gr. 18 %. D'accordo con questa osservazione sta il fatto, che il sangue, in cui è stata immersa una ghiandola attiva, presenta una concentrazione molecolare alquanto superiore a quella del sangue fresco. In un caso, io stesso potei constatare che il sangue aveva perduto il 19 % del proprio peso.

La pressione osmotica del secreto è alquanto superiore a quella del sangue, come dimostrano i seguenti dati numerici da me ottenuti:

I.	Acqua di mare	$\Delta = 2{,}30°$ C
	Sangue di *O. macropus*	» $= 2{,}20°$ »
	Sangue nel quale erano rimaste immerse le ghiandole durante l'attività . .	» $= 2{,}51°$ »
	Secreto	» $= 2{,}70°$ »
II.	Sangue misto di due *Octopus* . . .	» $= 2{,}18°$ »
	Secreto misto delle ghiandole di essi .	» $= 2{,}80°$ »

Contrariamente ad altri secreti di invertebrati marini, i quali come io stesso osservai sono isosmotici rispetto al sangue, questo della « Ghiandola salivare posteriore » dei Cefalopodi è dunque un poco iperosmotico. E ciò è dovuto, probabilmente, al fatto che nelle cellule ghiandolari, durante la loro attività, avvengono scissioni di sostanze complesse, con formazione di sostanze osmoticamente attive, le quali, passando nel secreto, ne aumentano la concentrazione molecolare.

Per contro, la conduttività elettrica del secreto è quasi eguale a quella del sangue:

Sangue. . . . . $K_{18°,5} = 411.10^{-4}$
Secreto. . . . , ... » $= 412.10^{-4}$

Nel secreto, abbandonato a se stesso in condizioni tali da non poter subire putrefazione, dopo 2-3 settimane appariscono covoni e rosette di cristalli di tirosina in numero considerevole. Esso però dà una forte reazione di Millon, anche a freddo, subito dopo essere stato raccolto, vale a dire assai prima della comparsa dei cristalli di tirosina; esso, inoltre, col tempo, tenuto esposto alla luce diffusa, si colora in giallo bruno. La sostanza che dà la reazione di Millon è, molto probabilmente, la p-idrossifeniletilamina, scoperta da Heuze (¹) negli estratti alcoolici delle ghiandole; e da essa verosimilmente nasce la tirosina, per una reazione, catalizzata da una carbossilasi, inversa a quella per cui nelle ghiandole la tirosina sarebbe trasformata in p-idrossifeniletilamina. Ho in corso di esecuzione ricerche dirette a saggiare tale mia ipotesi.

(¹) Loc. cit (⁷ [37]).

Sebbene il secreto, esaminato col metodo degl' indicatori, abbia reazione neutra o assai leggermente alcalina ($p_H = 7 - 7{,}9$), bollito, diventa assai opalescente, ma non coagula. Tuttavia. trattato con quattro volumi di alcool a 97 %, dà un abbondante precipitato, il che dimostra che esso contiene sostanze proteiche termostabili, o che si trovano nel liquido in condizioni tali da non coagulare al calore.

Negli estratti acquosi delle ghiandole (fatti con acqua potabile o con acqua di mare), l'autolisi delle sostanze proteiche procede non troppo lentamente, anche alla temperatura dell'ambiente, come dimostra il fatto che dopo circa un mese, vi rimangono pochissime proteine coagulabili dal calore, mentre la reazione del biurete svela la presenza di proteosi che sono precipitabili con alcool.

Anche in questi estratti, prima limpidissimi, col tempo si formano numerosi covoni di cristalli di tirosina, mentre i liquidi si vanno colorando sempre più intensamente in giallo-bruno, come le soluzioni di p-idrossifeniletilamina e quelle di adrenalina. Essi dànno la reazione di Millon, intensissima e a freddo, anche subito dopo la loro preparazione, e anche se le ghiandole furono, immediatamente dopo l'asportazione dal corpo degli animali, buttate in acqua distillata bollente, per distruggerne gli enzimi, e in essa tritate. La sostanza che dà la reazione di Millon rapidamente a freddo preesiste, dunque, nelle ghiandole, e non può essere che la stessa p-idrossifeniletilamina, che in quantità maggiore può ottenersi mediante l'estrazione con alcool.

Il secreto e l'estratto non digeriscono l'amido cotto nè il glicogeno, e non idrolizzano il saccarosio. Digeriscono, invece, non molto lentamente, i muscoli freschi di *Maja Squinado* sospesi in acqua di mare, cioè in ambiente leggermente alcalino, e provocano la formazione di grande quantità di tirosina in una soluzione di peptone Witte. Essi dunque contengono enzimi proteolitici e peptolitici, contrariamente a quanto era stato affermato da altri autori [1].

I detti liquidi fanno anche coagulare lentamente il latte.

(1) P. Bert, Jousset de Bellesme, Krükenberg, Bourquelot, Griffiths, cit. da O. v. Fürth, Vergl. chem. Physiol. der niederen Tiere. Jena, 1903, pag. 215 e segg.

Geometria. — *Fasci di quàdriche rotonde e Curve cartesiane.* Nota del Corrisp. GINO LORIA.

L'osservazione, pubblicata di recente (1), che per la così detta « finestra di Viviani » passano ∞^1 quàdriche di rivoluzione (2), suggerisce naturalmente la questione *se esistano altre curve gobbe di IV e I specie, che siano basi di fasci composti di superficie reali* (cioè ad equazioni reali) *di II ordine rotonde* (3).

1. Per risolverla ricordiamo che una quàdrica di rotazione è caratterizzata dall'essere bitangente al cerchio immaginario all'infinito $\varDelta$. Ciò prova che uno dei fasci richiesto è tagliato dal piano all'infinito in un fascio di coniche $\varGamma$ tutte bitangenti a $\varDelta$. Ora, se i punti di contatto delle curve $\varGamma$ col circolo $\varDelta$ fossero variabili, il fascio delle $\varGamma$ avrebbe $\varDelta$ per inviluppo, mentre un fascio di curve piane non ammette inviluppo. In conseguenza le coniche $\varGamma$ toccano $\varDelta$ in due punti fissi e del fascio fanno parte tanto il cerchio $\varDelta$, quanto la corda di contatto (presa due volte) e le due tangenti a $\varDelta$ negli estremi di questa. Emerge da ciò che *nel caso in discorso la quartica base del fascio è l'intersezione di una sfera con una quàdrica di rivoluzione.*

(1) G. Tiercy, *Sur la définition géométrique de la « Fenêtre de Viviani »* (L'enseignement mathématique, T. XIX, 1917, pp. 314-16).

(2) La finestra di Viviani è analiticamente definita da due equazionl della forma

$$x^2+y^2+z^2-r^2=0 \quad . \quad x^2+y^2-rx=0\,;$$

perciò essa è caso particolare di una curva assai più antica, l'ippopeda di Eudosso; infatti questa si può rappresentare col mezzo delle due seguenti equazioni (cfr. F. Gomes Teixeira, *Obras sobre mathematicas*, T. V, Coimbra 1909, pag. 324):

$$x^2+y^2+z^2-r^2=0 \quad , \quad x^2+(y-a)^2=(r-a)^2\,,$$

le quali coincidono con le precedenti nel caso $a=r/2$. Ora la maggior parte delle proprietà avvertite dal Tiercy nella prima, sussistono anche nella seconda. Infatti è agevole dimostrare: che per l'ippopeda passano ∞^1 quàdriche, tutte di rotazione, eccetto il cilindro parabolico $z^2-2ax+2ar=0$; che i loro centri stanno sopra l'asse delle x; e che fra essi vi ha un cono a punti immaginari $\left[a\left(\overline{x-r}^2+y^2\right)+rz^2=0\right]$, da contarsi due volte fra quelli passanti per la curva.

(3) Notisi che, siccome in un fascio di quàdriche non se ne trova in generale alcuna rotonda, così per un fascio il contenerne anche soltanto una costituisce una specializzazione; onde non ogni quartica gobba di 1ª specie sta in una quàdrica di rivoluzione. Giova anche osservare che il problema enunciato rientra in quello più generale della *ricerca dei fasci di quàdriche dotati di proprietà metriche particolari.* Oltre quelli, a cui è consacrata la presente Nota, citiamo il fascio determinato da due quàdriche equilatere, il quale è tutto costituito di superficie di tale specie.

È facile vedere che tale condizione è, non soltanto necessaria, ma anche sufficiente per ottenere un fascio costituito di quàdriche di rotazione. Infatti, rispetto ad un sistema cartesiano ortogonale, una quàdrica che sia di rivoluzione attorno all'asse delle z si può rappresentare mediante un'equazione della forma

$$x^2 + y^2 + \alpha z^2 + 2\beta z + \gamma = 0\,, \tag{1}$$

mentre l'equazione generale di una sfera è

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + p = 0\,, \tag{2}$$

ove i coefficienti $\alpha, \beta, \gamma, a, b, c, p$ si supporranno tutti reali, affinchè sia reale la curva d'intersezione. Perciò tutte le quàdriche del fascio così determinato si possono rappresentare con l'equazione

$$\begin{aligned}(\lambda + 1)(x^2 + y^2) + (\lambda\alpha + 1) z^2 - 2ax - 2by +& \\ + 2(\lambda\beta - c) z + (\lambda\gamma + p) = 0\,,&\end{aligned} \tag{3}$$

onde effettivamente sono di rotazione attorno ad assi paralleli a Oz; va soltanto escluso il caso $\lambda = -1$, chè allora la (3) diviene

$$(1 - \alpha) z^2 - 2ax - 2by - 2(\beta + c) z + (p - \gamma) = 0\,, \tag{4}$$

la quale appartiene ad un cilindro parabolico. Dunque:

Una sfera ed una quàdrica di rotazione determinano un fascio di cui tutti gli elementi sono superficie di tale specie, eccezion fatta per un cilindro parabolico; i loro assi sono rette fra loro parallele.

2. Il discriminante $D(\lambda)$ del primo membro dell'equazione (3) è dato da

$$D(\lambda) = (\lambda + 1)\{(\lambda + 1)[(\alpha\lambda + 1)(\gamma\lambda + p) - (\lambda\beta - c)^2] - (a^2 + b^2)(\alpha\lambda + 1)\}$$

mentre in esso il suddeterminante complementare $B(\lambda)$ del termine noto $\lambda\gamma + p$ è espresso come segue:

$$B(\lambda) = (\lambda + 1)^2 (\alpha\lambda + 1)\,.$$

Emerge da ciò: 1° che $D(\lambda)$ si annulla, oltre che per il valore già considerato $\lambda = -1$, per altri tre, uno dei quali certamente reale (gli altri due supporremo in seguito sempre distinti); 2° che l'equazione $B(\lambda) = 0$ ha una sola radice, oltre la radice doppia $\lambda = -1$. Dunque:

Per la quartica d'intersezione di una quàdrica di rotazione con una sfera entrambe reali, passano in generale tre coni quàdrici, uno dei quali ad equazione sempre reale ed inoltre un solo paraboloide (mentre in generale una quartica di prima specie sta su tre paraboloidi), il quale è ellittico ed a equazione reale:

$$(\alpha - 1)(x^2 + y^2) - 2\alpha(ax + by) - (\beta + c\alpha) z + (p\alpha - \gamma) = 0\,. \tag{4}$$

3. Siccome nel fascio di quàdriche che stiamo studiando si trovano sempre due coni, le cui equazioni sono reali od immaginarie coniugate, così noi potremo servircene per individuare il fascio stesso. I loro vertici sono reali od immaginarî coniugati, onde il loro punto di mezzo O è sempre reale; i loro assi saranno due rette reali o immaginarie coniugate di 1ª specie (perchè hanno reale un punto all'infinito); assumeremo O per origine di un sistema cartesiano ortogonale e per asse delle z la parallela condotta da esso alla comune direzione degli assi dei due dati coni. Siccome è sempre reale anche la congiungente dei vertici di questi, così essa determina con Oz un piano reale in cui sceglieremo l'asse delle x. In conseguenza i due coni si potranno rappresentare mediante le due equazioni:

$$(5)\qquad (x-a)^2+y^2=\frac{1}{\mu}(z-c)^2 \quad , \quad (x+a)^2+y^2=\frac{1}{\nu}(z+c)^2 .$$

Se le quantità a, c, μ, ν sono reali, i coni hanno reali i vertici e le equazioni; se di più $\mu > 0$ il primo è a punti reali e lo è il secondo quando $\nu > 0$. Se invece i due coni sono immaginarî coniugati a e c sono quantità immaginarie pure, mentre μ e ν sono numeri complessi coniugati.

Tutte le superficie del fascio sono rappresentate, al variare di λ, dall'equazione

$$(6)\qquad (\mu+\lambda\nu)(x^2+y^2)-(1+\lambda)z^2-2a(\mu-\lambda\nu)x+2c(1-\lambda)z+ \\ +a^2(\mu+\lambda\nu)-(1+\lambda)c^2=0 ;$$

se le equazioni (5) sono a coefficienti reali, le superficie reali del fascio (6) si ottengono attribuendo al parametro λ valori reali; nel caso opposto, affinchè dalla (6) scompaia ogni traccia d'immaginario, è necessario e sufficiente che λ sia della forma $-\lambda_1/\lambda_2$, essendo λ_1 e λ_2 numeri complessi coniugati.

Il centro della superficie rappresentata dall'equazione (6) ha per coordinate

$$(7)\qquad x=a\frac{\mu-\nu\lambda}{\mu+\nu\lambda} \quad , \quad y=0 \quad , \quad z=c\frac{1-\lambda}{1+\lambda}$$

onde, per gli anzidetti valori del parametro, è sempre reale, sta nel piano xz ed ha ivi per luogo geometrico l'iperbole equilatera di equazione

$$(8)\qquad \left(x+\frac{\mu+\nu}{\mu-\nu}a\right)\left(z-\frac{\mu+\nu}{\mu-\nu}c\right)+\frac{4\mu\nu ac}{(\mu-\nu)^2}=0 .$$

Perciò: *Il luogo geometrico dei centri delle quadriche del fascio considerato è un'iperbole equilatera* [1], *il cui piano contiene gli assi di tutte le superficie del fascio stesso.*

[1] In generale il luogo geometrico dei centri delle quàdriche di un fascio è una

4. Consideriamo alcune superficie speciali del fascio (6).

a) Per $\lambda = -\mu/\nu$ l'or citata equazione diviene

$$(\mu - \nu) z^2 - 2a(\mu^2 - \nu^2) x + 2c(\mu + \nu) z - (\mu - \nu) c^2 = 0, \tag{9}$$

equazione sempre reale che rappresenta un cilindro parabolico.

b) Il discriminante $D(\lambda)$ del primo membro della (6) è dato da

$$D(\lambda) = 4\lambda(\mu + \nu\lambda)[(\mu + \nu\lambda) c^2 - a^2 \mu\nu(1 + \lambda)]. \tag{10}$$

L'equazione $D(\lambda) = 0$, considerata come biquadratica in λ, ha per radici $0, \infty, -\mu/\nu$, le quali corrispondono ai due coni ed al cilindro parabolico, di cui sopra; la quarta radice vale $-\frac{\mu(c^2 - a^2\nu)}{\nu(c^2 - a^2\mu)}$, quindi è reale se tali sono i coni dati, mentre ha la forma $-\lambda_1/\lambda_2$ se questi sono immaginarî coniugati; onde in ogni caso il terzo cono del fascio ha una equazione reale. Affinchè esso sia a punti reali è necessario e sufficiente [v. l'equazione (6)] che sia

$$\frac{\mu + \nu\lambda}{1 + \lambda} > 0;$$

ora dalla (10) risulta che per la quarta radice dell'equazione (10) si ha

$$\frac{\mu + \nu\lambda}{1 + \lambda} = \frac{a^2\mu\nu}{c^2}$$

quantità reale e positiva tanto quando a, c, μ, ν sono reali ed inoltre $\mu > 0$ e $\nu > 0$ oppure $\mu < 0$ e $\nu < 0$, quanto allorchè a, c sono quantità immaginarie pure e μ, ν sono immaginarie coniugate. Ciò dimostra che: *La curva d'intersezione di due coni di rotazione ad assi paralleli giace sopra un terzo cono a punti reali, sia quando i due coni dati sono entrambi a punti reali, sia quando entrambi sono soltanto ad equazioni reali, sia finalmente quando sono immaginarî coniugati.*[1]

c) L'equazione (6) rappresenta una sfera quando e solo quando il parametro λ soddisfa l'equazione

$$(\mu + \nu\lambda) + (\lambda + 1) = 0.$$

Da questa si trae

$$\lambda = -\frac{\mu + 1}{\nu + 1},$$

---

cubica gobba; ma, se nel fascio si trova un cilindro, il suo asse si separa da detto luogo (e appunto ciò accade nel fascio in discorso); mentre tale distacco si verifica due volte quando la sua base è un ippopeda di Eudosso od una finestra di Viviani (v. più sopra).

valore reale se tali sono μ e ν, della forma $-\lambda_1/\lambda_2$ se μ e ν sono quantità immaginarie coniugate; in ogni caso, quindi, la sfera risultante è ad equazione reale. Questa può scriversi come segue:

$$(11)\quad \left(x - a\frac{2\mu\nu+\mu+\nu}{\mu-\nu}\right)^2 + y^2 + \left(z + c\frac{\mu+\nu+2}{\mu-\nu}\right)^2 = \\ = \frac{4\mu\nu(\mu+1)(\nu+1)}{(\mu-\nu)^2}a^2 + \frac{4(\mu+1)(\nu+1)}{(\mu-\nu)^2}c^2 .$$

Ora l'espressione che sta al secondo membro è evidentemente positiva se a, c, μ, ν sono reali e μ, ν sono positivi; ma lo è anche quando a e c sono quantità immaginarie pure e μ, ν complesse coniugate. Emerge da ciò che: *La curva d'intersezione di due coni di rotazione ad assi paralleli si trova sopra una sfera a punti reali tanto se quei due coni sono pure a punti reali, quanto se essi sono immaginarî coniugati.*

Combinando fra loro le due ultime proposizioni si ottiene il seguente risultato: *La curva d'intersezione di due coni di rotazione ad assi paralleli può considerarsi come intersezione di una sfera e di un cono di rotazione entrambi a punti reali, tanto se i due coni sono a punti reali, quanto se essi sono immaginari coniugati.*

Nel primo di questi casi la curva è *digrammica*, nel secondo (se contiene infiniti punti reali) è *monogrammica* (1).

5. La quartica in cui si tagliano i due coni (5) si proietta ortogonalmente sul piano xy nella curva di equazione

$$\sqrt{\nu(\overline{x+a}^2 + y^2)} - \sqrt{\mu(\overline{x-a}^2 + y^2)} = 2c ;$$

è questa una curva di 4° ordine avente per cuspidi i punti ciclici del piano e per fuochi i punti dell'asse delle x le cui coordinate sono

$$a\ ,\ -a\ ,\ a\frac{\mu+\nu}{\mu-\nu} - \frac{2c^2}{a}\frac{1}{\mu-\nu}\ \text{(2)}.$$

Risulta da ciò che, se i dati coni sono reali, tali sono anche questi fuochi; ma che, se sono immaginarî, è reale il solo terzo fuoco.

Nel primo caso la proiezione consta di una *coppia di ovali di Cartesio*, fatto importante, notato per la prima volta da A. Quetelet (3). Nel secondo caso

(1) L. Cremona, *Grundzüge eines allg. Theorie das Oberflächen*, deutsch von M. Curtze (Berlin, 1870), pag. 224.

(2) Per la dimostrazione di tale asserto rimando alla mia opera: *Spezielle allg. und trans. ebene Kurven*, II Aufl., I Bd. (Leipzig, 1910), pp. 179-80.

(3) Cfr. M. Chasles, *Aperçu historique*, 2e éd. (Paris, 1875), pag. 351.

invece, adottando la nomenclatura di G. Salmon (1), si ha una *curva cartesiana*. Nel primo caso la curva si può costruire per punti applicando la procedura classica che serve a determinare le proiezioni dell' intersezione di due coni di rotazione ad assi paralleli (2), oppure anche specializzando il metodo noto per delineare l' intersezione di due coni qualunque. Ma nel secondo caso tale procedura non è effettuabile con elementi reali. Siccome però, come vedemmo, la curva obbiettiva può sempre riguardarsi come intersezione di una sfera a punti reali con un cono di rotazione pure a punti reali, così le sue proiezioni si potranno ottenere mediante un altro procedimento noto, quello cioè che serve a rappresentare l' intersezione di due superficie di rotazione ad essi paralleli, dopo di avere considerata la sfera come superficie di rotazione attorno al suo diametro parallelo all'asse del dato cono. La risultante costruzione delle curve cartesiane ci sembra preferibile all' unica a noi nota relativa a tali curve [alludiamo a quella di Cayley (3), basata sull' uso di sezioni coniche]; inoltre essa mette in evidenza una sostanziale differenza topologica, non ancora avvertita, che passa fra le ovali di Cartesio e le curve cartesiane; le prime, nascendo come proiezioni ortogonali di curve digrammiche, sono costituite da coppie di rami separati; mentre una curva cartesiana, essendo proiezione ortogonale di una curva monogrammica, consta di un solo ramo. Tali conseguenze si verificano agevolmente sulle figure risultanti dall'applicazione del metodo di Monge alla delineazione dell' intersezione di una sfera con una superficie conica ad asse verticale; se vi ha *penetrazione* la proiezione orizzontale di quella linea consta di due rami, mentre se vi ha *strappo* essa è costituita da uno solo.

(1) *Analytische Geometrie der höheren ebenen Curven*, deutsch von W. Fiedler (Leipzig, 1873), pag. 311.

(2) G. Monge, *Géométrie descriptive* (Paris, An VII), pag. 75.

(3) A. Cayley, *Note on the Cartesians with two imaginary axial Foci* (Proc. of the London math. Society, T. III, 1869-71, pp. 181-82, oppure The collected Papers, T. VII, pp. 241-43).

Mineralogia. — *Sui cristalli di Quarzo di Monte Calanna* (*Etna*) [1]. Nota di Salvatore di Franco, presentata dal Corrisp. Federico Millosevich.

Il tipo di roccia in esame di Monte Calanna (Valle del Bove), con noduli di *calcite* e geodi di *quarzo*, appartiene alle lave più antiche dell' Etna.

Le rocce più antiche dell' Etna sono anche interessanti per la presenza di cristalli di *ematite*, *orneblenda*, *szaboite*, *calcite*, *aragonite*, *quarzo* e *zeoliti* diverse.

I cristalli di quarzo sono molto rari e furono riscontrati per la prima volta dal prof. G. Basile [2] al Monte Calanna.

Egli però non parla della calcite che in abbondanza si trova nella lava contenente i cristalli di quarzo e circa l'origine di questi ultimi, ammette la contemporaneità con la formazione della lava che impropriamente chiama *trachite quarzifera*.

Ora il quarzo non si trova nella roccia come elemento costituente della lava, come notò il Basile, ma compare soltanto nelle cavità, e ci fa sospettare indubbiamente l'origine posteriore per lo stato di decomposizione di alcuni elementi silicati della roccia, in seguito all'azione delle acque circolanti.

Il quarzo che sembra di trovarsi nella massa della lava appartiene a piccole geodi, come risulta dall'osservazione microscopica delle sezioni.

Nelle rocce dell' Etna il quarzo in cristalli [3] si è trovato sino ad oggi nelle lave di Monte Calanna, mentre nella forma granulare, come inclusioni di arenaria quarzosa, si trova inglobato nella massa lavica e nell' interno delle bombe, specialmente delle eruzioni recenti.

Inclusi di arenaria ho incontrato anche in alcune lave di Paternò [4], che fanno parte dell'antica zona eruttiva perietnea.

Il Lasaulx [5] nell'opera di Waltershausen non fa cenno alcuno della esistenza dei cristalli di quarzo nelle rocce dell' Etna [6], ed ho creduto

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto di Mineralogia e Vulcanologia della R. Università di Catania.

[2] *Sulla presenza del quarzo con inclusioni di magnetite in una trachite dell' Etna*, Atti Acc. Gioenia di Sc. Nat. in Catania, serie 3ª, vol. XVI, 1882.

[3] La silice idrata o *Jalite* compare anche sulla superficie e nelle cavità di alcune colate di lava.

[4] S. Di Franco, *Gli inclusi nella lava etnea di Rocca S. Paolo presso Paternò*, Rend. R. Acc. dei Lincei, vol. XXI, serie 5ª, 2º sem., 1912.

[5] *Der Aetna*, Leipzig, 1880.

[6] Anche C. Hintze (*Handbuch der Mineralogie*, vol. I, Leipzig, pag. 1399), non fa il minimo accenno dei cristalli di quarzo delle lave dell'Etna, e per la Sicilia cita soltanto quelli della solfara di S. Cataldo presso Caltanissetta.

interessante farne lo studio, trattandosi di un minerale raro dell' Etna, come precisamente è tra i prodotti del Vesuvio.

Descrizione petrografica della roccia.

Lava di colore grigio-verdastro, compatta con visibili segregazioni di feldspato bianco, con lucentezza vitrea, che raggiungono talora il diametro di 3 mm., con numerose e piccole masse sferiche od ovoidali di calcite e le cavità tappezzate da cristallini di quarzo, spesso in associazione con minuti cristalli scalenoedrici di calcite.

La laminetta della nostra roccia di Monte Calanna, osservata al microscopio fa vedere una massa fondamentale a struttura ipocristallina, sparsa da abbondanti e grossi cristalli di *feldspato*, granuli di *magnetite*, noduli di *calcite* con orli di *epidoto* giallo-chiaro; accessoriamente si notano granuli di *quarzo* e cristalli di *analcime*.

Il carattere porfirico devesi solo ad interclusi di feldspato; l'augite e 'olivina non vi sono rappresentati, nè allo stato di fenocristalli, nè nella massa fondamentale.

Questo tipo di roccia è molto raro tra le lave dell' Etna, e mai è stato da me riscontrato nell'esame di moltissimi campioni delle differenti eruzioni; ho incontrato però qualche esemplare con soli interclusi di feldspato, ma l'augite e l'olivina erano sempre rappresentati in granuli o in listerelle nella massa fondamentale.

La pasta fondamentale della lava in esame risulta da masserelle e liste di feldspato, con lo spigolo di allungamento (010) : (001); granuli di epidoto, calcite e magnetite, questi ultimi abbondanti e disseminati uniformemente.

I fenocristalli di *feldspato* si presentano ben conservati, in grossi cristalli tabulari, alcuni senza contorno definito per riassorbimento magmatico subìto o per incipiente intrusione di massa fondamentale, ricchi di inclusioni di epidoto e vetrose; a nicols incrociati alcuni mostrano una bellissima struttura zonata.

Non mancano i geminati secondo le leggi dell'albite e di Carlsbad, rari con quella di Baveno.

Le sezioni dei cristalli senza struttura zonata normali a (010) dànno come massimo valore di estinzione 32° e nei geminati doppii:

I	II
29°	12°
31°	14°
32°	19°

Valori che si avvicinano alla **labradorite $Ab_3\,An_4$.**

Invece le sezioni dei cristalli a struttura zonata parallele a (010) dànno le seguenti estinzioni riferite allo spigolo (010) : (001) :

orlo esterno . . . —27° (labradorite)
nucleo centrale . . —32° (bitownite)

La *magnetite*, abbastanza abbondante e ben conservata, si presenta in piccoli e grossi granuli con contorni irregolari, non mancano le forme ottaedriche, che dànno sezioni quadrangolari o triangolari e le forme allungate a guisa di bastoncelli. Qualche volta in piccole masse contornate da epidoto.

La *calcite* è di colore grigio tendente al giallo, a contorni e dimensioni irregolari, di rado regolari geometrici. Vi si trovano inclusi granuli di epidoto, raramente di magnetite, una volta soltanto potei osservare il quarzo incluso in un nodulo di calcite, evidentemente si tratta di pseudoinclusione; infatti nelle geodi risulta sempre la calcite anteriore al quarzo, mai il contrario.

L'*epidoto* oltre a trovarsi abbondantemente nella massa fondamentale, si trova incluso nei cristalli di feldspato e come orlo dei noduli di calcite; si presenta in granuli o in aciculi a struttura raggiata.

Anche le cavità della roccia sono rivestite da granuli di epidoto e quando si trovano riempite di calcite, la sezione mostra l'epidoto come un orlo, che non si può attribuire a zona di contatto tra la calcite e la roccia stessa.

Tra la calcite e l'epidoto qualche volta si osserva una zona costituita di magnetite o di piccoli granuli di colore giallo molto sbiadito simili a globuliti, ma con debole birifrazione. Tale zona è stata formata a spese dell'orlo di epidoto.

Nelle rocce antiche dell'Etna la presenza così abbondante di epidoto non è frequente.

Il *quarzo* nella massa della roccia è stato da me osservato in pochissime sezioni, in granuli arrotondati con estinzioni ondulate; esso appartiene a piccolissime geodi della roccia e non si può considerare come componente accessorio tra gli elementi della roccia, ma di origine posteriore al consolidamento del magma.

Nella massa della roccia compaiono sezioni ottagone, isotrope, a rifrazione nettamente più bassa del balsamo, con tracce di sfaldatura ad angolo retto, che a nicols incrociati presentano talvolta anomalie ottiche; si debbono riferire a cristalli di *analcime*, i quali compaiono anche in piccoli icositetraedri {211}, nelle cavità di altre rocce analoghe del Monte Calanna.

Osservazioni cristallografiche.

I cristallini di *quarzo* si trovano nelle geodi della roccia, irregolarmente impiantati, ora sporgono i cristalli dalla parete delle geodi, altra volta sono

giacenti, terminati ad ambo le estremità del prisma con le faccettine dei romboedri; spesso in associazione con piccoli cristalli di calcite con la forma dello scalenoedro $\{20\bar{1}\}$.

Si presentano generalmente limpidi e incolori, che possono raggiungere al massimo la lunghezza di 7 mm.; alcuni campioni sono però poco lucenti, torbidi e biancastri, altri invece ricoperti da patine giallo-brunastre di limonite.

Sebbene i cristalli non siano ricchi di facce, pure presentano un certo interesse per alcune faccettine non riscontrate nei cristalli di quarzo delle lave del Vesuvio, i quali presentano soltanto le forme più comuni.

Le forme da me osservate sono le seguenti:

$r\ \{100\} = \{10\bar{1}1\}$, $M\{7\bar{2}\bar{2}\} = \{30\bar{3}1\}$, $f\{3\bar{1}\bar{1}\} = \{40\bar{4}1\}$;
$z\ \{22\bar{1}\} = \{\bar{1}011\}$, $\pi\{110\} = \{\bar{1}012\}$;
$m\{2\bar{1}\bar{1}\} = \{10\bar{1}0\}$;
$s\ \{41\bar{2}\} = \{11\bar{2}1\}$;
$x\ \{4\bar{1}\bar{2}\} = \{51\bar{6}1\}$, $y\{10.\bar{2}.\bar{5}\} = \{41\bar{5}1\}$.

In qualche cristallo gli spigoli verticali sono modificati in modo da sembrare facce cristalline, però quegli spigoli non sono netti e lo stato delle faccettine verticali non permette una esatta misura.

Anche Aloisi (1) nei cristalli di quarzo dei marmi di Carrara osservò simili faccettine e d'accordo con Molengraaff (2) le ritiene dovute a corrosione, mentre secondo Bombicci (3) sarebbero dovute principalmente a perturbazioni durante la cristallogenesi.

Le combinazioni osservate sono:

1)	$\{100\}$	$\{22\bar{1}\}$	$\{2\bar{1}\bar{1}\}$				
2)	$\{100\}$	$\{22\bar{1}\}$	$\{110\}$	$\{2\bar{1}\bar{1}\}$			
3)	$\{100\}$	$\{22\bar{1}\}$	$\{41\bar{2}\}$	$\{2\bar{1}\bar{1}\}$			
4)	$\{100\}$	$\{22\bar{1}\}$	$\{4\bar{1}\bar{2}\}$	$\{2\bar{1}\bar{1}\}$			
5)	$\{100\}$	$\{22\bar{1}\}$	$\{41\bar{2}\}$	$\{4\bar{1}\bar{2}\}$	$\{2\bar{1}\bar{1}\}$		
6)	$\{100\}$	$\{22\bar{1}\}$	$\{4\bar{1}\bar{2}\}$	$\{10\,\bar{2}\,\bar{5}\}$	$\{2\bar{1}\bar{1}\}$		
7)	$\{100\}$	$\{22\bar{1}\}$	$\{41\bar{2}\}$	$\{4\bar{1}\bar{2}\}$	$\{10\,\bar{2}\,\bar{5}\}$	$\{2\bar{1}\bar{1}\}$	
8)	$\{100\}$	$\{22\bar{1}\}$	$\{7\bar{2}\bar{2}\}$	$\{3\bar{1}\bar{1}\}$	$\{41\bar{2}\}$	$\{4\bar{1}\bar{2}\}$	$\{2\bar{1}\bar{1}\}$

La prima combinazione è la più comune, mentre la ottava è rarissima e la seconda è stata riscontrata una volta soltanto.

(1) *Il Quarzo dei marmi di Carrara.* Atti della Società Toscana di Sc. Nat., Pisa, vol. XXV, 1909.

(2) *Studien am Quarz.*, II. Groth's. Zeit. f. Kryst. XVII, pag. 149.

(3) *Sulle modificazioni degli spigoli verticali del Quarzo di Carrara, e su quelle che strutturalmente vi corrispondono sui cristalli di altre specie minerali.* Mem. R. Acc. dell'Ist. di Bologna, serie 5ª, vol. II, Bologna, 1892.

In alcuni cristalli le faccettine dei due romboedri $\{100\}$ e $\{22\bar{1}\}$ sono incomplete e si arrestano dopo un certo tratto, essendo limitate in alto da una faccettina piana che assume l'aspetto di pseudo-faccia basale, la quale osservata con forte ingrandimento si mostra scabra e rugosa ed è sempre in modo approssimativo normale all'asse di maggiore simmetria: si tratta indubbiamente di arresti di accrescimento.

La faccettina di base $\{111\}$ nei cristalli di quarzo è ancora dubbia o per lo meno molto rara, in quanto che alcuni autori l'ammettono, mentre altri la escludono completamente. Si possono consultare in proposito i lavori di Spezia (1), di vom Rath (2), di Molengraaff (3), di Lehmann (4), di De Kroustchoff (5), di D'Achiardi G. (6).

I romboedri $\{100\}$, $\{22\bar{1}\}$ si presentano generalmente con diverso sviluppo, raramente con sviluppo equidimensionale delle facce romboedriche, sempre piane e splendenti, senza striature, all'infuori di qualche cristallo con accenno di tramoggie.

I romboedri diretti $\{7\bar{2}\bar{2}\}$, $\{3\bar{1}\bar{1}\}$ sono bene sviluppati, specialmente il secondo e sono stati determinati dalle seguenti misure:

$(7\bar{2}\bar{2}):(100)$	8	23° 27′ - 23° 32′	23° 29′ (media)	23° 31′ (calc.) (7)
$(7\bar{2}\bar{2}):(2\bar{1}\bar{1})$	10	14 40 - 14 45	14 43 »	14 42 »
$(3\bar{1}\bar{1}):(100)$	15	27 3 - 27 12	27 7 »	27 5 »
$(3\bar{1}\bar{1}):(2\bar{1}\bar{1})$	7	11 4 - 11 13	11 8 »	11 8 »

Il romboedro inverso $\{110\}$ è rarissimo, con faccettine strette e lucenti, le quali dànno buoni riflessi e si prestano bene alle misure al goniometro. L'angolo che ho misurato è il seguente:

$(110):(22\bar{1})$ 9 19° 21′ - 19° 26′ 19° 24′ (media) 19° 22′ (calc.).

Il prisma $\{2\bar{1}\bar{1}\}$ si osserva in tutti i cristalli, molto sviluppato con marcata striatura orizzontale. Qualche volta tali striature orizzontali risultano dalle facce dei romboedri $\{100\}$, $\{22\bar{1}\}$ in combinazione oscillatoria col prisma $\{2\bar{1}\bar{1}\}$.

(1) *Sull'accrescimento del Quarzo*, Atti R. Acc. delle Sc. di Torino, vol. XLIV, 1909.

(2) *Mineralogische Mittheilungen* (*Neue Folge*), 22, *Quarze aus Burke County, Nord-Carolina*, Groth's Zeitsch. f. Kryst. u. Min., vol. X, Leipzig, 1885, pag. 487.

(3) Loc. cit., pag. 153 (tav. I, figg. 10 e 11).

(4) *Die pyrogenen Quarze in den Laven des Niederrheins*, Verhandl. d. naturhist. Vereins d. preuss. Rheinl. und Westph., XXXIV, 1877, pag. 203, Groth's Zeitsch. f. Kryst. u. Min., vol. II, Leipzig, 1878, pag. 320.

(5) *Note sur quelques verres basaltiques*, Bull. de la Société Minéralogique de France, vol. VIII, 1885, pag. 70.

(6) Società Toscana di Sc. Nat. (Processi verbali), Pisa, vol. XI, 1898 pag. 55.

(7) Con le costanti del Kupffer $a:c = 1, 1{,}09997$, accettate da Dana (*The System of Mineralogy*, pag. 183) e da C. Hintze (*Handbuch der Mineralogie*, vol. I, pag. 1266).

Spesso il prisma è rastremato, per modo che il diametro va mano mano diminuendo verso l'estremità libera.

La bipiramide trigonale $\{41\bar{2}\}$ e i trapezoedri trigonali $\{4\bar{1}\bar{2}\}$, $\{10.\bar{2}.\bar{5}\}$, non presentano nulla di particolare e si osservano in pochi cristalli, la $\{41\bar{2}\}$ con facce piccole e lucenti, e i trapezoedri trigonali con facce ampie, rispetto alla grossezza del cristallo.

Le misure mi hanno dato i seguenti valori:

$(41\bar{2}):(2\bar{1}\bar{1})$	12	37° 51′ - 38° 0′	37° 54′ (media)	37° 58′ (calc.)
$(41\bar{2}):(100)$	10	28 49 - 28 53	28 51 »	28 54 »
$(4\bar{1}\bar{2}):(2\bar{1}\bar{1})$	15	12 5 - 12 12	12 8 »	12 1 »
$(4\bar{1}\bar{2}):(22\bar{1})$	11	54 48 - 54 57	54 53 »	54 51 »
$(41\bar{2}):(4\bar{1}\bar{2})$	7	25 55 - 26 2	25 59 »	25 57 »
$(10.\bar{2}.\bar{5}):(2\bar{1}\bar{1})$	9	14 33 - 14 41	14 38 »	14 35 »

Non ho potuto osservare geminati di penetrazione secondo $\{111\}$, invece si riscontrano geminati a croce secondo $\{52\bar{1}\}$.

Generalmente i gruppi di cristalli sono associati a fascetti divergenti, altre volte presentano una distinta associazione parallela di due o più individui.

E. M.